Lecture 12

A. Evklid

Evklid Aleksandriyada yaşamış və yaratmışdı (onun b.e.ə. 300-cü il ətrafında fəaliyyət göstərdiyi güman edilir). O, həndəsənin aksiomlar (isbatsız qəbul edilən təkliflər) üzərində qurulmuş, yəni yalnız bu aksiomlara əsaslanmaqla dəqiq məntiqi, deduktiv mühakimələr yolu ilə riyazi nəticələrin müəyyən olunduğu möhtəşəm binasını qurmuş– "Elementlər"/"Başlanğıclar"(Stoichia) əsərini yazmışdı. Bəşəriyyətin ən uzunömürlü elm kitabı olan, bu gün də öz gücünü saxlayan bu əsərin böyük hissəsi Evklidin öz yenilikləri deyil, bir çox riyaziyyatçıların (Evdokus, Teaetetus) aldığı nəticələrin sistemli yazılışı və şərhidir. Evklid`in "Elementlər"i fiziki hadisələrin cərəyan etdiyi sonsuz fəza (3-ölçülü Evklid fəzası) anlayışına gətirib çıxardı (düz xətt parçasını düz xətt kimi sonsuz davam etdirmək olar). "Elementlər"in üzü köçürülmüş ilk variantları yalnız 9-cu əsrdən başlayaraq ortaya çıxarılmışdır(?)

Evklidin "Elementlər"i 13 kitabdan ibarətdir (14 və 15-ci kitablar haqqında da danışılır, ancaq onların müəllifi Evklid deyil, sonrakı iki yunan müəllifidir).İlk 4 kitabda əsas həndəsi anlayışlar (parça, bucaq,...) və sadə həndəsi fiqurlardan (üçbucaq, paraleloqram, düzgün çoxbucaqlı, çevrə,...), həmçinin (2-ci kitab) həndəsi kəmiyyətlər üzərində hesab əməllərindən (həndəsi kəmiyyət olaraq; məsələn, iki parçanın hasili tərəfləri həmin parçalardan qurulan bir düzbucaqlıdır) bəhs edilir.1-ci kitabda tərifl ər və aksiomlar daxil edilir. Tərifl ər sadə həndəsi anlayışların (nöqtə, xətt, düz xətt, səth, müstəvi, bucaq, çevrə,...) izahından ibarətdir. Evklid`ə görə nöqtə "hissəsi olmayan şeydir" (yəni ən kiçik bölünməz həndəsi fiqurdur, Leukippos və Demokritos`un daxil etdikləri atom xassəsinə malikdir, atomun riyazi modelidir), "xətt eni olmayan uzunluqdur".Evklidin həndəsi sisteminin əsasında bu gün aksiomlar adlandırdığımız, isbatsız qəbul olunan "təbii" 10 təklif durur, onların həndəsi terminlərlə ifadə olunun ilk beşini postulat, kəmiyyətlərin bərabərlik xassələrini və tam hissədən böyükdür xassəsini özündə əks etdirən sonrakı beşini isə aksiomadlandırırlar. Paralel xətlər haqqında 5-ci postulat (**paralellik postulatı**) məşhurdur: İki düz xətt üçüncü düz xətlə onun bir tərəfində əmələ gətirdiyi iki daxili bucağın cəmi açıq bucaqdan kiçikdirsə, bu düz xətlər kifayət qədər uzadıldıqda həmin tərəfdə kəsişirlər. Şəkil 1.Bu postulat onunla eynigüclü olan digər şəkildə daha məşhurdur: Düz xətt xaricindəki nöqtədən ona (həmin düz xəttə) paralel yalnız bir düz xətt keçirmək olar. Şəkil 2

Riyaziyyatçılar tarix boyu bu postulatı digərlərinin köməyilə isbat etməyə çalışıblar. Lakin doğru yol bu postulatı "düz xətt xaricindəki nöqtədən ona paralel iki düz xətt keçirmək olar" kimi postulatla əvəz etmək və "Qeyri-Evklid" həndəsəsi qurmaqdan ibarət oldu (Lobaçevskiy-1829, Boai-1832 və öz nəticəsini vaxtında çap etdirməyənGauss-1816).

5-ci kitab ənənəyə görə Evdoksa aid edilən ədədlər (irrasional ədədlər) nəzəriyyəsinə (19-cu əsrdə Dedekindin qurduğu nəzəriyyəyə bənzər şəkildə!), onlar üzərində əməllərə, ədədlər nisbəti (a/b) və onlar arasında bərabərliyin həndəsi şərhinə həsr olunmuşdur; burada Evdoks aksiomu adlandırıla bilən prinsip daxil edilir (bu prinsipi Evdoks və onun arxasınca Evklid daxil etsələr də, bu prinsip ondan istifadə etmiş olan Arximedin adı ilə anılır). Bu ədədlər nəzəriyyəsi 6-cı kitabda oxşar fiqurların öyrənilməsinə tətbiq edilir. İlk 6 kitab Planimetriyadan (müstəvi üzərində həndəsə və ya ikiölçülü həndəsədən) bəhs edir. 7, 8, və 9-cu kitablar tam və rasional ədədlərin 5-ci kitabdan asılı olmayan şərhinə həsr olunub. Xüsusi halda burada iki tam ədədin ən böyük ortaq bölənini tapmaq üçün üsul ("Evklid alqoritmi", 7-ci kitab, həmçinin 10-cu kitab; bu üsul Evkliddən əvvəl məlum imiş) və sadə ədədlərin sonsuz sayda olmasının isbatı (9-cu kitab) da verilir. 10-cu kitab kvadrat kök şəklində irrasional ədədlərin təsnifatı (ağır həndəsi dildə) verilir. 11-13-cü kitablar stereometriyaya, yəni 3 ölçülü fəza fiqurlarına həsr olunub. Sadə fəza fiqurlarının həcmi hesablanılır. Əsas metod irrrasional ədədlərin (5-ci kitab) köməyilə tamamlama üsulunun tətbiqindən(yəni sonsuz yaxınlaşma və limit hesablamaqdan) ibarətdir. 13-cü kitabda düzgün çoxüzlülər nəzəriyyəsi qurulub (10-cu kitabın köməyi ilə).

Evklidi Aleksandriya riyaziyyat məktəbinin banisi saymaq olar. Arximedes`in öz yaşca böyük həmkarı haqqında bir fikrini yada salmaq yerinə düşərdi (bunu Proklus yazır. O, həmçinin Evklidin yaşı haqqında təsəvvür verir: 1-ci Ptolomey dövründə yaşayan Evklid Platonun tələbələrindən gənc, Eratosfenes və Arximedesdən isə yaşlı olub). 1-ci Ptolomey Evkliddən soruşur: həndəsəni "Elementlər"dən daha qısa yolla öyrənmək mümkündürmü? Evklidin cavabı məşhurdur: həndəsəyə aparan (həndəsəni öyrənmək üçün xüsusi) hökmdar yolu yoxdur. Evklid ədədlər nəzəriyyəsi, astronomiya və optikaya da öz töhfəsini vermişdir (Optika`ya aid ilk kitab yazan Evklid görməni gözdən çıxan düzxətli diskret şüaların işi kimi şərh edirdi; səhv).

Evklid riyazi və nəzəri modellərin təbliğatçısı olan Pifaqor və Platon məktəbinə məxsusdur (o, tətbiqi məsələlərdən heç söhbət açmır).

Həndəsənin və ədədlər nəzəriyyəsinin aksiomlar, postulatlar üzərində qurulmuş mükəmməl binasının - "Başlanğıclar"və ya "Elementlər" əsərinin müəllifi olan Evklid praqmatizmdən uzaq insan idi. Evklidə aid edilən bir rəvayət də bunu göstərir. İlk teoremi öyrənmiş tələbə "bu elmdən mənə bir xeyir olacaqmı?" deyə soruşanda, Evklid qulu çağırıb "Bu adam oxumaqdan, öyrənməkdən gəlir əldə etmək istəyir, ona 3 obolus (mis sikkə, pul) ver" deməklə riyaziyyatın nəzəri sistem kimi gözəlliyini hər şeydən üstün tutduğunu bəyan edir. Burada istər-istəməz Einsteinin sözü yada düşür: "Əgər gəncliyinizdə Evklid sizi heyran etməyibsə, siz elm adamı, nəzəriyyəçi olmaq üçün doğulmamısınız**".** Evklid`dən sonra Dünya`da sanki ən vacib olan ədədlər deyir, həndəsədir fikri hakim oldu.

Qədim yunanların riyaziyyatda əldə etdikləri elmi nəticələri şişirtməyin əleyhinə fikir yürüdən görkəmli riyaziyyatçı Felix Klein`in Evklid zamanından təqribən 2200 il sonra (1908-ci il) dediyi sözlər, zənnimcə, əslində əks effekt verir: "biz hazırki dövrdə həndəsə də daxil olmaqla hər sahədə (riyaziyyatda-H.İ.) onları mühüm dərəcədə ötmüşük"

Evklidin "Elementlər" adlı həndəsə kitabında daxil edilən təbiəti araşdırma metodu bu gün də əhəmiyyətini və əzəmətini saxlayır.

B. **Arximedes**

Qədim dünyanın ən məşhur riyaziyyatçısı, fiziki və ixtiraçı mühəndisi Sirakuzlu (Siciliya) **Arximedes**`in ("-287"-"-212") gəncliyində Museionda çalışdığı (dəvətli alim-visiting professor kimi) güman olunur. O, Aleksandriya alimləri ilə sıx əlaqədə olmuş, onlarla yazışmış, orada fəaliyyət göstərən Samoslu Konon`u dost adlandırmış, Evklid`in "Elementlər"inə, Eratosfen`in əsərlərinə istinad etmişdir. Bununla belə, Arximedes öz elmi ənənələri olan Magna Graecia`da yaşayıb yaratmışdır (elmi mərkəz əsasən Aleksandriya`ya keçsə də). Arximedes Sirakuz hökmdarı 2-ci Hieron`un qohumu və dostu olmuş, onunla, həmçinin onun oğlu 2-ci Gelonun yanında hərbi mühəndis kimi çalışmışdır (Elmi və tətbiqi araşdırmalara saraydan kömək olsa, vətəndə yaşayıb-yaratmaq daha yaxşı deyilmi?!). O, katapultlar düzəltmiş, Arximed Caynağı/Pəncəsi/Qarmağı (yunanca: Harpaqe, ingiliscə: Claw) deyilən qurğu (kran tipli əl?!) ilə gəmini yırğalayıb quruya doğru darta və ya batıra bilirmiş. Deyilənə görə Günəş şüalarını yığıb gəmiyə yönəldən yandırıcı güzgülər düzəldib onlardan Sirakuza hücum edən Roma quru qoşunu və Roma sərkərdəsi Marcellus`un gəmiləri əleyhinə istifadə etməyə çalışmışdır (Plutarx Marcellus`un həyat

tarixçəsində Arximedin hərbi texnikası haqqında yazmışdır). Marcellus Sirakuzu zəbt etmiş, Arximedə toxunulmamasını tapşırmış, lakin rəvayətə görə Arximed bir Roma əsgəri tərəfindən öldürülmüşdür; öldürülmə haqqında bir neçə fikir mövcuddur, ən çox yayılan rəvayətlərdən birinə görə bir riyazi məsələ üzərində çalışan Arximed evə daxil olan Romalı əsgərə "mənim cizgilərimə/çertyojuma toxunma" demiş, həmin əsgər tərəfindən öldürülmüşdür.

Arximedes`in kəşf və ixtiraları arasında "Arximed vinti"(Archimedes` screw) - suvarma üçün suyun vurulması, səma cisimlərinin hərəkəti modeli misal göstərilə bilər. Sonuncu haqqında Siceron məlumat verir, onu öz gözləri ilə gördüyünü deyir. Deyilənə görə, böyük nəzəriyyəçi (riyaziyyat, mexanika, fizika) olan Arximedes bu tətbiqi fəaliyyətlərini ciddi iş saymır, onları "həndəsi oyunun şəkilləri/yayınma, sapma, kənara çıxmaları" (diversions) adlandırırdı (Plutarx).

Arximedin əsərlərinin tam sıyahısı məlum deyil; İslam dövrü alimlərinin Arximedə aid etdikləri və onun məlum kitablarında olmayan riyazi teoremlər də bunu təsdiq edir.

Arximed qarşısına qoyduğu fiziki-mexaniki məsələləri modelləşdirərək riyazi məsələlərə gətirir, onları həll edirdi. Onun rəvayətə görə hökmdar Hieron`a qürur hissilə dediyi "mənə dayaq nöqtəsi verin, Yeri yerindən tərpədim" ifadəsi müxtəlif cisimlərin ağırlıq mərkəzinin müəyyən edilməsi(ling/rıçaq/lever qanununun tətbiqi) ilə bağlıdır. **Ling** vasitəsilə çox ağır olan cisimləri qaldırmaq, az qüvvə ilə böyük müqaviməti aşmaq mümkün olurdu; bu, inşaat işində və hərbitexnikada tətbiq olunurdu. Arximed müxtəlif həndəsi fiqurların ağırlıq mərkəzi və ling haqqında kəşflərini **"Müstəvi fiqurların tarazlığı haqqında"** əsərində təsvir etmişdir.Aydındır ki, lingin tarazlığı üçün onun üzərindəki iki yükdən ağır olan dayaq/istinad nöqtəsinə daha yaxın, yüngül olan daha uzaq olmalıdır. Arximeddən əvvəl Aristotel lingin tarazlığı məsələsinə toxunmuş, üzərində iki yük olan lingin tarazlığı şərtini göstərmişdi: ling üzərindəki iki yük dayaq/istinad nöqtəsindən olan məsafələrlə tərs mütənasib olmalıdır, dəqiq düstur belədir: $M/m = L_m/L_M$/ və ya $M/L_m = m/L_M$). Şəkil. Aristotel bu nəticəni ümumi mülahizələrdən almışdı. Arximed isə tarazlıq haqqında riyazi nəzəriyyə qurmuş, müəyyən postulatlar qəbul etmiş və düzxətli lingdən mürəkkəb olan üçbucaq, trapes kimi düzxətli sərhədlərə, həmçinin parabolik seqment kimi əyrixətli sərhədlərə malik fiqurların ağırlıq mərkəzlərini tapmışdı (tamamlama/bütünləmə metodunu tətbiq etmişdi). Deyilənə görə Hieron`un düzəltdirdiyi ağır gəmini suya salmaq çətin olmuş

və Arximed bunu ling və yükqaldırma üsullarının (çarxların) tətbiqi ilə həll etmişdi.

Arximedin **“Üzən cisimlər haqqında”** adlı əsəri mayelərin tarazlığı haqqında hidrostatistika məsələsinin həllinə və mayedə paraboloid kimi fırlanma cisminin tarazlığı məsələsinə həsr olunub;Arximedes`in şərəfinə Arximedes (Hidrostatik) Prinsipi adlandırılan qanuna görə, qismən və ya tamamilə su/maye içində olanvə ya üzən cisim çıxardığı suyun/mayenin çəkisinə bərabər qüvvə ilə yuxarı itələnir (buna üzmə qabiliyyəti prinsipi/buoyancy) də deyirlər. Deyilənə görə, bu prinsip Arximedesin ağlına gözlənilmədən, hamam qazanına/vannasına girərkən gəlmiş və o, həmin an qazandan atılıb çıxmış, lüt şəkildə “evrika” (yəni “tapdım!”, yunanca “”heureka!”) deyə qışqıra-qışqıra evə doğru qaçmışdı (Vitruvius, (-1)-ci əsrdə və 1-ci əsrin əvvəllərində yaşamış Roma memarı, mühəndisi və yazıçısı, “De Architectura” və ya “Memarlıq haqqında on kitab”ın müəllifi). Həmin hekayənin davamı olan hökmdar Hieron`un tacı haqqında rəvayət də Arximedes prinsipi ilə bağlıdır. “Qızıldan düzəldilməsi sifariş olunan taca görəsən başqa metal qatılıbmı?” – Hieron`un bu sualına Arximedes müsbət cavab verib, - tac saf qızıldan deyil. Tac tam qızıldan düzəldilsə, suya salınarkən yüngül metal qarışdırılmış tacdan fərqli (daha çox) su çıxarardı.

Arximedes sahə və həcmləri hesablamaq üçün onlara baxılan cisimlərin daxilinə və xaricinə çəkilmiş çoxbucaqlı və çoxüzlülərin sahə və həcmləri ilə yaxınlaşmaq üsulunu işləmiş, bununla da faktik olaraq limit anlayışından istifadə etmiş, bugünkü dillə desək, müəyyən inteqralları hesablamışdır (diferensial və inteqral hesabı 17-ci əsrin sonlarında Newton və Leibniz tərəfindən yaradılmışdır). Arximedin yaradıcılığında çağdaş diferensial və inteqral hesabının (Calculus) ideyaları açıq-aşkar şəkildə tətbiq olunmuşdur. 17-ci əsrdə diferensial və inteqral hesabını yaradan və inkişaf etdirənlər Arximed`dən qaynaqlandıqlarını açıq bildirirdilər. Arximed limit anlayışını daxil etməmiş, lakin prosesin nəticəsini (limitini) müəyyən edə bilirdi, bugünkü terminlə deyilsə, limiti hesablayırdı.

“Psammites” (Qum sayan/The Sand Reckoner) əsəri iki məqsəd güdür: 1) çox böyük ədədləri yazma və onlar üzərində hesablamalar aparmaq və 2) kainatı doldura bilən qum dənəciklərini saymaq. Bu məqsədlə Arximed Günəş, Ay, Yerin ölçüləri, onlar arasındakı məsafələr və kainatın radiusu, eləcə də qum dənəciklərinin orta ölçüsü barədə müəyyən qiymətləri qəbul etdi (Aristarxos`un fikirlərini ümumiləşdirərək). Qəbul olunmuş ölçüləri nəzərə almaqla Arximed Kainatı doldura bilən qum dənəciklərinin sayının 10 (üstü 51)-i aşmadığını göstərdi (Aristarxosun daha geniş Kainatında isə

bu say 8x10 (üstü 63) aşmır). Əsərdə maraqlı hesablama texnikası tətbiq edilmişdir. Arximed məhz bu əsərində Samoslu Aristarxos`un heliosentrik sistemi haqqında məlumat verir.

Arximed Evkliddən çox fərqli olaraq tətbiqi məsələlərin həllinə girişmiş (hərçənd ki, dövrün "nəzəri ruhu"na uyğun olaraq onların mühüm olmadığını qeyd etmişdir), riyaziyyatda təqribi hesablamalarla da məşğul olmuşdu. Arximed, yenə də Evkliddən fərqli olaraq, öz araşdırmalarında aksiomatik metoda deyil, evristik mühakimələrlə bir fikrə gəlmək və onu əsaslandırmaq üsuluna üstünlük verirdi.

Arximed **"Sfera və Silindr haqqında"** adlı əsərindədə (Dositheus`a məktub şəklində) tamamlama üsuluna əsaslanmış, düz dairəvi silindr və onun daxilinə çəkilmiş kürənin həcmləri nisbətinin 3:2 olduğunu tapmış (yolüstü kürənin həcminin oturacağı böyük dairə və hündürlüyü radiusa bərabər olan konusun həcminin dörd mislinə bərabər olduğunu müəyyən etmiş), bununla qürur duymuş, qəbri üzərində uyğun şəklin çəkilməsini vəsiyyət etmişdir (dost və qohumlara – Plutarx). Siseron bu qəbri və üzərindəki şəkli gördüyünüvə təmir/bərpa etdirdiyini yazır. 3Şəkil.Bu əsərdə həcmlərin hesablanması ilə bağlı Arximed kub (3-cü dərəcəli cəbri) tənliyə gəlib çıxmış və onun müsbət köklərini konik kəsiklərin kəsişmə nöqtələri kimi tapmışdır.**"Lemmalar kitabı"** əsərində sərhəddi müxtəlif yarımçevrələrdən ibarət olan fiqurların sahələrinin xüsusu qurulmuş bir dairənin sahəsinə bərabər olması isbat edilmişdir. Yalnız ərəbcəyə tərcümədə qalmış bu kitabın tamamilə Arximedə məxsus olmasına şübhə edənlər də var.

"Çevrənin ölçülməsi haqqında" adlanan kiçik əsərində (Aleksandriyalı Conon`un bir tələbəsinə-Pelusiumlu Dositheus`a məktub şəklində) çevrə uzunluğunun onun diametrinə nisbətini, bütün çevrələr üçün eyni, yəni sabit olan bu π ədədinin o zamana görə çox yaxşı təqribi qiyməti olaraq 22/7 ədədini müəyyən etmişdir. Daha doğrusu $223/71<\pi<22/7$ və ya $3\ 10/71<\pi<3\ 10/71$. Arximed dairə daxilinə və xaricinəçəkilmiş çoxbucaqlıların tərəfləri sayını ikiqat artırıb 96-ya çatdırmaq və onların perimetrlərini hesablamaq metodunu tətbiq etmişdi. Bu, Misir və Babilistanda məlum olan qiymətdən daha yaxşı idi.

Dostu Aleksandriyalı riyaziyyatçı və astronom Conon`a həsr etdiyi **"Spirallar haqqında"** əsərində Arximed öz spiral əyrisini (Arximed spiralı) daxil etmiş, onun toxunanını tapmışdı. Bu, çevrə istisna olunmaqla, əyriyə toxunan çəkilməsi haqqında ilk cəhd sayılır; məlum olduğu kimi toxunan çəkilməsi riyaziyyatda törəmə və ya diferensial hesabı deyilən bölməyə

aiddir. Nəticədə Arximed qədim dünyanın üç məşhur riyazi problemindən ikisinin - bucağın üç hissəyə ayrılması və dairənin kvadraturasının həllini vermişdi (xətkeş və pərgar işlətmədən). Bu əsərdə, həmçinin, müəyyən əyrixətli sahə, bu günkü riyazi dillə desək, $\int_0^{2\pi} x^2 dx$ inteqralıda hesablanmışdı. Şəkil

Arximedin daha populyar olan **"Parabolanın kvadraturası"** əsərində Evdoksun tamamlama/bütünləmə prosesi üçün Evdoks və ya Evdoks-Arximed aksiomu adlanan prinsipdən söhbət açmış (bu prinsipin "əvvəlki həndəsəçilər"ə məlum olduğunu qeyd etməklə), onun çevrə uzunluğunun (sfera sahəsinin) radiusa (radiusun kvadratına) nisbətinin sabit olması, piramida və konusların həcmlərinin hesablanmasında rolu olduğunu demişdir. Bu əsərin əsas nəticəsi isə parabolik sahəni hesablamaq, bu sahənin parabola içinə çəkilmiş parabola ilə eyni hündürlükdə olan üçbucağın sahəsi arasında əlaqəni tapmaqdan ibarətdir, daha dəqiq desək, parabolik seqmentin sahəsi həmin üçbucağın sahəsinin 4/3-nə bərabərdir. Şəkil. Bu teoremin isbatında Arximed, bugünkü riyazi dillə desək, sonsuz sıranın-həndəsi silsilənincəmini($1+1/4+1/4^2+1/4^3+...+1/4^n+...$) hesablamışdır (o, sonsuz prosesin adını çəkmədən aşağıdan və yuxarıdan qiymətləndirmə aparmışdır: axtarılan sahə 4/3-dən nə az, nə də çox deyil, $S<4/3$ və $S>4/3$ ola bilməz).

Arximedin **"Konoidlər və Sferoidlər haqqında"**əsərində (Dositheusa məktub şəklində) daha mürəkkəb sayılan sahə və həcmlər-elliptik diskin sahəsi, fırlanma cisimlərdən düzəlmiş seqmentlərin həcmi hesablanmışdır; bu hesablamalar da tamamlama və ya inteqral vasitəsilə aparılmışdır.

(O)stomaxion əsərində bir-birinə bitişdikdə kvadrat şəkli alan 12 üçbucaq, 1 dördbucaqlı və 1 beşbucaqlının sahələri hesablanılmışdır.
Arximedin qaramal (cattle) problemi 44 misralıq şeir şəklində yazılıb (1773-də tapılıb), Eratosfen`ə və Aleksandriya riyaziyyatçılarına ünvanlanmış məsələdir, Günəş Tanrının (Helios) sürüsündəki (?) qaramalın sayını (bu barədə əsərdə məhdudiyyətlər göstərilir) tapmaq haqqındadır! Məsələnin həlli tam ədədlərdə həll edilən tənliklər sistemi (Diofantine tənlikləri) ilə əlaqələndirilir. Homerin Odissey`ində (Odisseia) bu sürü haqqında rəvayət var...Thrinasia (Siciliya?!) adasında Helios`un iki qızı otarırlarmış...Odissey xilas olub nimfa Kalipso`nun adasında onun əri kimi yaşamağa məcbur edilir.

Eratosfenə ünvanlanmış məktub şəklində yazılmış **"Mexaniki teoremlər metodu"**əsərində sahə və həcmlərin hesablanmasında

tamamlama/bütövləşdirmə üsulu ilə yanaşı mexanika tərəfdən baxışın (məsələn, dayaq nöqtəsi seçməklə xətlərin tarazlaşdırılması ideyasının) tətbiq edilə biləcəyini göstərmişdir. Arximedə aid bu əsər yalnız 1906-cı ildə aşkar edilmiş **Arximed Palimpsesti**`ndə tapıldı. Palimpsest perqamentin (dəri) üzərində yazılmış ilkin mətnin yuyulması/aradan qaldırılması və onun üzərində başqa mətnin yazılmasıdır. 10-cu əsrdə Arximedin əsərləri yazılmış bu perqamenti 13-cü əsrdə Konstantinopolda yuyub üstünə xristian dini mərasim mətnləri yazmışlar (perqament baha idi; həmçinin, bütpərəst mətn niyəxristian dini mətnlə əvəz edilməsin?). 1906-cı ildə Danimarkalı filoloq və tarixçi J.L. Heiberg İstanbulda Metoxion kilsə kitabxanasında 174 səhifəlik (folio) bu perqamenti tapdı, Arximedə aid yazıları xeyli dərəcədə bərpa etdi (1910-1915 illər ərzində çap etdirdi).Kitabda Arximedin 7 əsəri vardı: "Müstəvi fiqurların tarazlığı haqqında","Spirallar haqqında", "Çevrənin ölçülməsi haqqında", "Sfera və Silindr haqqında", "Üzən cisimlər haqqında" (yunanca ilk!), "Mexaniki teoremlər metodu" (ilk!), (O)stomaxion (daha müfəssəl). İkinci dünya savaşı və Osmanlının xarici qüvvələr tərəfindən zəbt olunması, yunan ordularının hücumu zamanı qarışıqlıq oldu. Yunanlar Metoxiondakı 890 kitabdan 823-nü götürüb Afina Milli kitabxanaya verdilər, bu siyahıda Arximed Palimpsesti yox idi. Bu palimpsest 1920-ci illərdə Fransaya gedib çıxdı (necəsi bilinmir), 22 oktyabr 1998-ci ildə bu palimpsest New York`daanonim şəxs tərəfindən 2 milyon dollara satın alındı! Arximed Palimpsesti indi Baltomore`də, Walters Art Museum`dadır. Mütəxəssislər ultrabənövşəyi və rentgen şüaları tətbiq edərək (1999-2008) ArximedPalimpsesti`ni tam oxuya bildilər. Palimpsest`də 2007-2009-cu illərdə Afrodisiyalı Aleksandrın Aristotelin "Kateqoriyalar" əsərinə yazdığı şərhlər və bəzi digər sənədlər də aşkar edildi.

C. **Eratosfenes**

Kirenli (Ptolomeylərə məxsus şəhər, indiki Libya ərazisində) **Eratosfenes** ("-276"-"-195") -Aleksandriyanın məşhurlarından biri, riyaziyyatçı, coğrafiyaçı, astronom, şair, dilçi və ədəbiyyatçıdır. Afinaya gedib Zenon (Stoa?), kinik Ariston və Platon Akademiyasında dərs aldığı deyilir. Platon fəlsəfəsinin riyazi əsasları haqqında gənclik dövrü əsəri olduğu söylənilir. Eratosfen 30 yaş ətrafında ikən 3-cü Ptolomey tərəfindən Aleksandriyaya dəvət olunmuş və bir müddətdən sonra Baş Kitabxanaçı (Direktor) təyin olunmuş və ömrünün sonuna qədər bu vəzifəsini daşımışdır. Mətnşünaslığı inkişaf etdirmiş, Homer və digər yunan klassiklərinin mətnlərinin hazırlanmasına çalışmışdır. Onun "hər kitabın səliqəli ikinci nüsxəsi olmalıdır" prinsipi kitabxananın inkişafına təkan veribmiş (?). Coğrafiyanın

elmi (riyazi) əsaslarını verib, en və uzunluq dairələrini, “coğrafiya” sözünü daxil edib, coğrafiyanın atası sayılır (Geografika adlı əsəri olub, itib, əsər haqqında Strabon məlumat verib, “Eratosfenes riyaziyyatçılar arasında coğrafiyaçı, coğrafiyaçılar arasında riyaziyyatçı idi/sayılırdı”). Tarixi, riyazi və siyasi coğrafiya haqqında yazmış, en və uzunluq dairələrini göstərməklə ilk dünya xəritəsini tərtib etmiş, 400-dən artıq şəhərin yerini göstərmişdir. Şəkil.Tarixi xronologiya ilə məşğul olmuş, Troyanın fəthindən başlayaraq, həmçinin yunan olimpiadalarını əsas götürərək xronoloji ardıcıllıq tərtib etmişdir.Arximedlə dost olmuş, Arximed iki əsərini ona müraciət şəklində yazmışdır.

Astronomik üsulla Yer kürəsinin çevrəsini ölçüb. Şəkil. Aleksandriya və ondan cənubda təqribən eyni uzunluq dairəsində yerləşən Siena`da (Syene) eyni zamanda ölçmələr aparılıb. Eratosfenes Yay gündönümü zamanı (ilin ən uzun günü) günorta Günəşin Syena`nın tam üstündə (zenitdə) olduğunu (Günəş şüaları dərin vertikal quyunun dibinə düşürmüş), Aleksandriyada isə Günəş saatının göstərdiyi kölgənin öz obyektinin 1/50-i olduğunu müşahidə etmişdi (Aleksandriyaya düşən Günəş şüaları Syena`dakı, yəni tam perpendikulyar şüalarla 7.2 dərəcəli bucaq təşkil edir). Beləliklə, Aleksandriya ilə Siena arasındakı məsafə (=5000 stad) Yer kürəsinin çevrəsi nin 1/50-dir, yəni Yer kürəsinin çevrəsi 50 x 5000 stad = 250000 stad`dır (Günəş Yerdən çox böyük məsafədə olduğuna görə Aleksandriya və Syena`ya eyni vaxtda düşən Günəş şüalarını paralel saymaq olar). Stad`ın dəqiq nə olduğunu bilmirik, bir neçə stad uzunluq ölçüsü olub (bir stad 157 m olsa, Eratosfenin gəldiyi nəticə Yer kürəsi çevrəsinin həqiqi qiymətinə çox yaxındır). Istənilən halda Eratosfenin astronomik ideyası sadə və korrektdir! X.Kolumb Eratosfen`in Yer kürəsi çevrə uzunluğunu ölçməsi və gəldiyi nəticəni bilsə, kəşf etdiyi yerin Asiya olmadığını anlayardı – belə deyənlər var.

Həndəsə və ədədlər nəzəriyyəsi üzrə əsərlər müəllifidir. Sadə ədədlərin tapılması alqoritmini yaratmışdır (Eratosfen xəlbiri). Yunan tarixi və ədəbiyyatının ilk xronologiyasını yazıb. “Beta” ləqəbi ilə tanınıb, yəni hansı sahə olur-olsun, dünyanın ikinci ən yaxşısıdır. Burada bir istehza da görünür, yəni heç nədə birinci deyil. Digər şərhə görə bütün sahələrdə əcdadlar birinci, Eratosfen ikincidir. Həmçinin Pentathlos ləqəbi olub (idman terminidir, hər şeyi bacaran, bilən mənası verir). Aristotelin “bəşər yunanlar və barbarlardan ibarətdir” fikrinə qarşı çıxıb, onu irqçilik kimi qiymətləndirib.

Deyilənə görə həyatının son ili kor oldu, özünü ac saxladı və öldü....